

牛頓法求函數極值 解非線性方程式

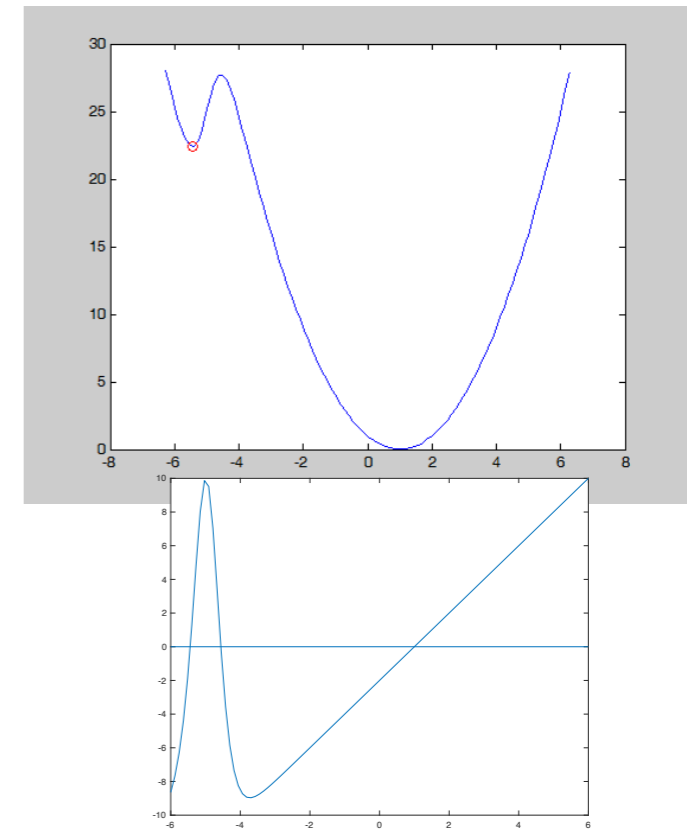
使用Newton法， 求函數極值

$$h(x) = (x - \tanh(2x + 10))^2$$

```

s = '(x-tanh(2*x+10)).^2'
syms x;
ss = "diff(" + s + ")";
s = eval(ss);
f = inline(s)
ss = "diff(" + string(s) + ")";
s1 = eval(ss);
f1 = inline(s1);
x_zero = -4;
while ~( abs(f(x_zero)) < 10^-6)
    if abs(f1(x_zero)) < 10^-6
        display("zero derivative")
        break
    end
    x_zero = x_zero - f(x_zero) / f1(x_zero);
    fprintf('x_zero = %f f(x) = %f\n',x_zero, f(x_zero));
end

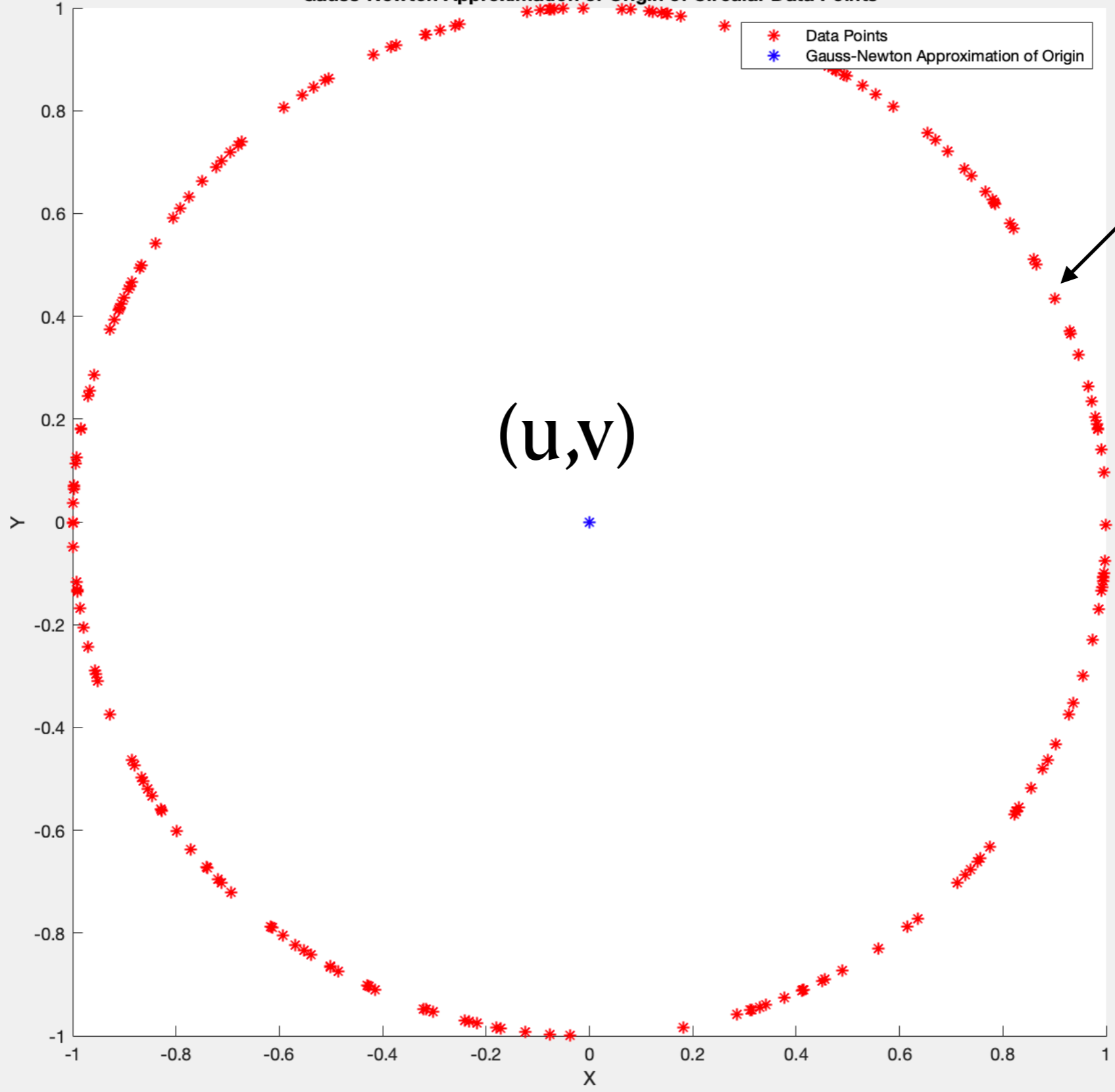
```



```
x_zero = -4.132548 f(x) = -7.768752
x_zero = -5.134212 f(x) = 8.404744
x_zero = -5.543811 f(x) = -2.537791
x_zero = -5.429992 f(x) = 0.288497
x_zero = -5.440610 f(x) = 0.002064
x_zero = -5.440687 f(x) = 0.000000
```

求圓心

Gauss-Newton Approximation of Origin of Circular Data Points



(p_k, q_k)

(u, v)

**Given m perturbed
points on a circle, find
the center**

Minimize the sum of the squares of the residuals

$$S = \sum_{k=1}^m r_k^2$$

Each of these beacons is at a given distance d from their origin.

$$r_k = d - \sqrt{((u - p_k)^2 + (v - q_k)^2)}$$

fsolve()

解方
程式

$$x^2 - 1 = 0$$

初始值

```
fsolve(@(x) x^2-1, 0.1)
```

```
>> fsolve(@(x) x^2-1, 0.1)
```

[Equation solved.](#)

```
ans =
```

```
1.0000
```

$$x^2 - a = 0$$

$a = 1$

`fsolve(@(x) x^2-a, 0.1)`

變數

常數

```
>> a = 1;  
fsolve(@(x) x^2-a, 0.1)
```

[Equation solved.](#)

```
ans =
```

```
1.0000
```

解方
程式

$$x^2 - 3 = 0$$

```
fsolve(@(x) x^2-3, 0.1)
```

```
>> fsolve(@(x) x^2-3, 0.1)
```

```
Equation solved.
```

```
<stopping criteria details>
```

```
ans =
```

```
1.7321
```

```
s = "x^2-3"  
ss = "fsolve(@(x) " + s + ",0.1)"  
eval(ss)
```

產生執行fsolve指令的字串
使用eval執行該字串

如果s代表函數字串，如何
使用**fsolve**求根？

使用**fsolve**，求函數極值

$$h(x) = (x - \tanh(2x + 10))^2$$

S代表h的函數字串
產生f的函數字串

```
s = "(x-tanh(2*x+10)).^2";  
syms x;  
ss = "diff(" + s + ")";  
s = eval(ss);  
s = string(s);
```

```
s =
```

```
"2*(2*tanh(2*x + 10)^2 - 1)*(x - tanh(2*x + 10))"
```

產生執行fsolve指令的字串
使用eval執行該字串

```
ss = "fsolve(@(x) " + s + ",0.1)"  
eval(ss)
```

SS =

```
"fsolve(@(x) 2*(2*tanh(2*x + 10)^2 - 1)*(x - tanh(2*x + 10)), -4)"
```

[Equation solved.](#)

fsolve completed because the vector of function values is near zero as measured by the value of the [function tolerance](#), and the [problem appears regular](#) as measured by the gradient.

<[stopping criteria details](#)>

ans =

-4.5593

在範圍 $[-2\pi, 2\pi] \times [-2\pi, 2\pi]$
中，隨機產生三個點，寫一個
函數，求隨機點 $(x1, x2)$ 到三個
點的點距離

使用A矩陣代表三個點所形成的矩陣，每一橫列
有兩個值，代表相應點的點座標
隨機產生三個點，形成A矩陣

產生座標(x1,x2)
呼叫函數，將x1,x2與A傳入函數中

實作函數，計算三個距離

簡單的程式規劃

demo_dist.m

```
function demo_dist()
```

```
    . . .
```

```
    ans = dist3(x1,x2,A)
```

```
function ans = dist3(x1,x2,A)
```

```
    . . .
```

使用A矩陣代表三個點所形成的矩陣，每一橫列有兩個值，代表相應點的點座標
隨機產生三個點，形成A矩陣

產生座標(x1,x2)
呼叫函數，將x1,x2與A傳入函數中

實作函數，計算三個距離

函數dist3根據傳入參數計算ans，將答案回傳至呼叫指令

函數呼叫指令，會將參數x1,x2與A傳入函數dist3中

```
ans = dist3(x1,x2,A)
```

```
function ans = dist3(x1,x2,A)
```

```
    □
```

```
    □
```

```
    . . .
```

```
    □
```

```
function ans = dist3(x1,x2,A)
```

```
...
```

```
□  
□  
□
```

使用for迴圈
設計迴圈索引
設計迴圈主體

索引值 i 的範圍，從1到
矩陣 A 的橫列個數

計算點 $(x1,x2)$ 到 $A(i,:)$ 所
表示的點之間的點距離
將該距離儲存在 $ans(i)$ 中

0410-exA

寫一個函數，求 $(x1, x2)$ 到任兩點的距離差。總共有三個距離差

使用A矩陣代表三個點所形成的矩陣，每一橫列
有兩個值，代表相應點的點座標
隨機產生三個點，形成A矩陣

產生座標(x1,x2)
呼叫函數，將x1,x2與A傳入函數中

實作函數，計算三個**距離差**

簡單的程式規劃

demo_ex4.m

```
function demo_ex4()
```

```
    . . .
```

```
    ans = ex4(x1,x2,A)
```

使用A矩陣代表三個點所形成的矩陣，每一橫列有兩個值，代表相應點的點座標
隨機產生三個點，形成A矩陣

產生座標(x1,x2)

呼叫函數，將x1,x2與A傳入函數中

```
function ans = ex4(x1,x2,A)
```

```
    . . .
```

實作函數，計算**三個距離差**

```
function ans = ex4(x1,x2,A)
```

```
.....
```

實作函數，計算三個距離差

參考dist3算出(x1,x2)到三個點的点距離
進一步計算三個距離間兩兩距離的差
存入回傳變數

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2) &= d_1 - d_2 & d_1 &= \sqrt{(A_{11} - x_1)^2 + A_{12} - x_2)^2} \\ f_2(x_1, x_2) &= d_2 - d_3 & d_2 &= \sqrt{(A_{21} - x_1)^2 + A_{22} - x_2)^2} \\ f_3(x_1, x_2) &= d_3 - d_1 & d_3 &= \sqrt{(A_{31} - x_1)^2 + A_{32} - x_2)^2} \end{aligned}$$

三個距離差，代表三個函數，可以使用**fsolve**求根？如何求？如果可以求，所求的根代表的意義為何？